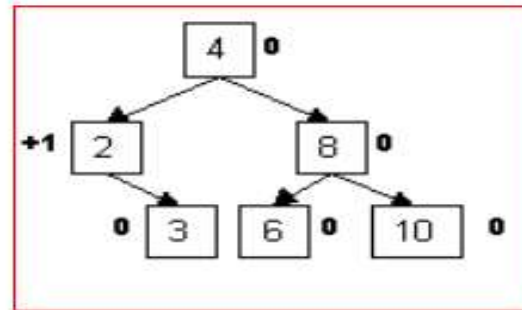
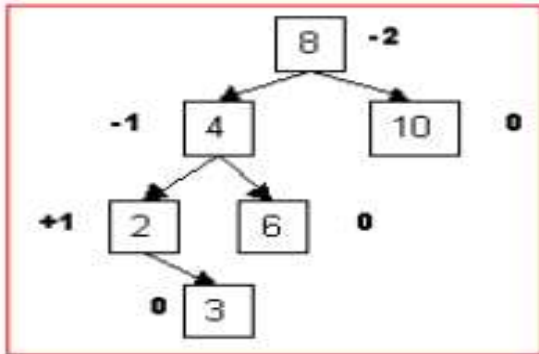


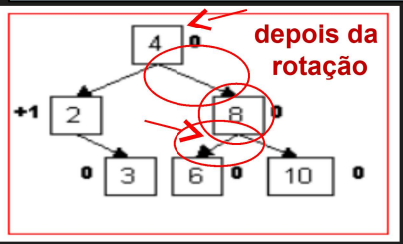
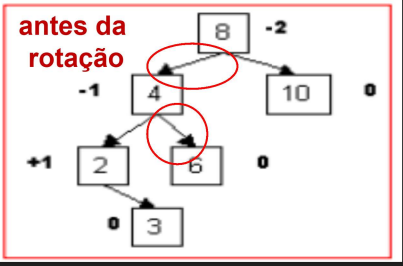
Árvore AVL

Com base no que foi visto, implemente a operação de rotação à direita sobre o nó recebido como parâmetro. Considere o protótipo abaixo para a função que implementará a operação em questão.

```
void rotacao_direita(ArvoreAVL *arvore);
```



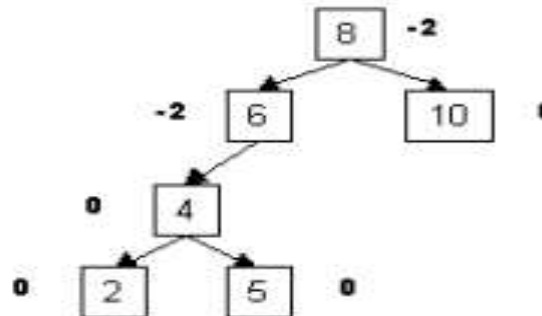
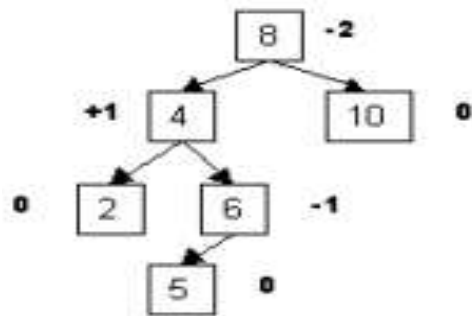
```
1 void rotacao_direita(ArvoreAVL *arvore)
2 {
3     ArvoreAVL aux1, aux2;
4     aux1 = (*arvore)->esq;
5     aux2 = aux1->dir;
6     (*arvore)->esq = aux2;
7     aux1->dir = (*arvore);
8     if ((*arvore)->esq == NULL)
9         (*arvore)->alte = 0;
10    else
11        if ((*arvore)->esq->alte > (*arvore)->esq->altd)
12            (*arvore)->alte = (*arvore)->esq->alte+1;
13        else
14            (*arvore)->alte = (*arvore)->esq->altd+1;
15    if (aux1->dir->alte > aux1->dir->altd)
16        aux1->altd = aux1->dir->alte + 1;
17    else
18        aux1->altd = aux1->dir->altd + 1;
19    *arvore = aux1;
20 }
```



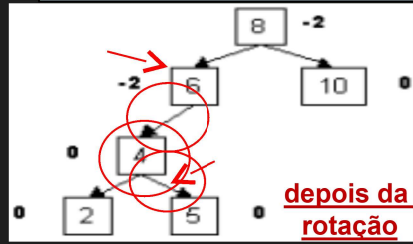
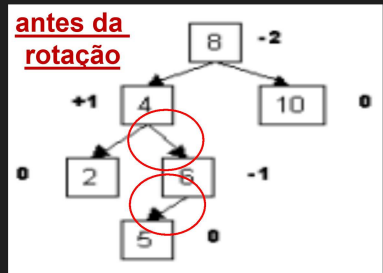
Árvore AVL

Com base no que foi visto, implemente a operação de rotação à esquerda sobre o nó recebido como parâmetro. Considere o protótipo abaixo para a função que implementará a operação em questão.

```
void rotacao_esquerda(ArvoreAVL *arvore);
```



```
1 void rotacao_esquerda(ArvoreAVL *arvore)
2 {
3     ArvoreAVL aux1, aux2;
4     aux1 = (*arvore)->dir;
5     aux2 = aux1->esq;
6     (*arvore)->dir = aux2;
7     aux1->esq = (*arvore);
8     if ((*arvore)->dir == NULL)
9         (*arvore)->altd = 0;
10    else
11        if ((*arvore)->dir->alte > (*arvore)->dir->altd)
12            (*arvore)->altd = (*arvore)->dir->alte+1;
13        else
14            (*arvore)->altd = (*arvore)->dir->altd+1;
15    if (aux1->esq->alte > aux1->esq->altd)
16        aux1->alte = aux1->esq->alte + 1;
17    else
18        aux1->alte = aux1->esq->altd + 1;
19    *arvore = aux1;
20 }
```



Árvore AVL

Com base nas operações de rotação à esquerda e à direita, implemente a operação de balanceamento sobre o nó recebido como parâmetro. Considere o protótipo abaixo para a função que implementará a operação em questão.

```
void balanceamento (ArvoreAVL *arvore);
```

```
1 void balanceamento(ArvoreAVL *arvore) {
2     int FBpai, FBfilho;
3     FBpai = (*arvore)->altd - (*arvore)->alte;
4     if (FBpai == 2){
5         FBfilho = (*arvore)->dir->altd - (*arvore)->dir->alte;
6         if (FBfilho >= 0)
7             rotacao_esquerda(arvore);
8         else {
9             rotacao_direita(&((*arvore)->dir));
10            rotacao_esquerda(arvore);
11        }
12    } else
13        if (FBpai == -2) {
14            FBfilho = (*arvore)->esq->altd - (*arvore)->esq->alte;
15            if (FBfilho <= 0)
16                rotacao_direita(arvore);
17            else {
18                rotacao_esquerda(&((*arvore)->esq));
19                rotacao_direita(arvore);
20            }
21        }
22    }
```

Árvore AVL

Um bom exercício de fixação, consiste na construção de um TAD `ARV_AVL` tendo como base as operações definidas anteriormente e a construção de um programa que se utilize adequadamente do TAD definido.

Tabelas de hash

Tabelas de hash

Considerações iniciais:

- Até o momento foram estudados basicamente dois tipos de estruturas de dados para o armazenamento flexível de dados:
 - Listas;
 - Árvores.
- Como vimos, cada um desses grupos possui muitas variantes.

Tabelas de hash

As **Listas** são de simples implementação. Mas, com um tempo médio de acesso $T = n/2$, tornando-se impraticáveis para grandes quantidades de dados.

- Por exemplo: em uma lista com 100.000 dados, para recuperar 3 elementos em sequência faremos um número esperado de 150.000 acessos a nodos.
- Logo: listas são ótimas. Porém, para pequenas quantidades de dados.

Tabelas de hash

As **Árvores** são estruturas mais complexas, mas que possuem um tempo médio de acesso $T = \log_G n$, onde $G =$ ordem da árvore.

- A organização de uma árvore depende da ordem de entrada dos dados.
- Para evitar a deterioração, há modelos de árvores que se reorganizam sozinhas, estudamos a árvore AVL que possui esta propriedade.

Tabelas de hash

Imagine uma estrutura de dados que possibilite o armazenamento de uma tabela onde o acesso a um de seus registros seja efetuado diretamente.

Esta estrutura representa um modelo ideal. Contudo, em aplicações reais este ideal pode ser aproximado.

Ideal: Indexação direta (**transformação chave-índice**)

pesq(T:tabela, C: chave)

↳ baseado em $h(C:chave) \rightarrow$ índice

Tabelas de hash

Uma tabela hash, também chamada de tabela de dispersão ou tabela de escrutínio, trata-se de uma forma extremamente simples, fácil de se implementar e intuitiva de se organizar grandes quantidades de dados, permitindo armazenar e encontrar rapidamente dados por meio da utilização de uma chave.

A ideia central propõe a divisão de um universo de dados a ser organizado em subconjuntos mais gerenciáveis.

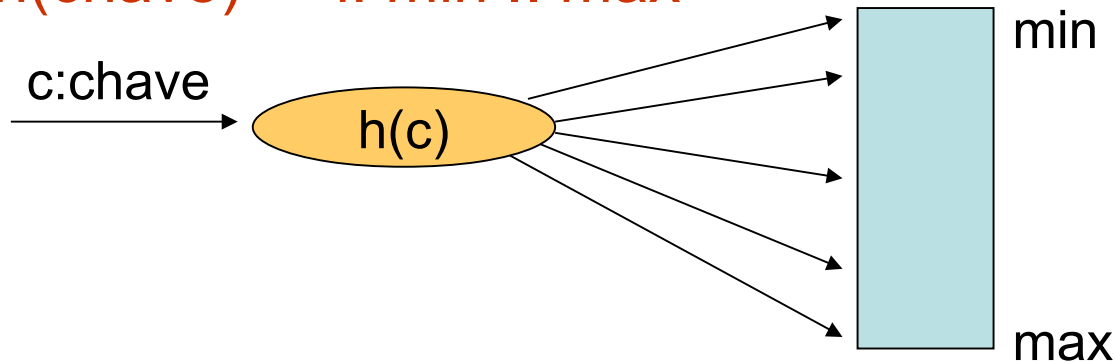
Tabelas de hash

Possui dois conceitos centrais:

Tabela de Hashing: Estrutura que permite o acesso aos subconjuntos.

Função de Hashing: Função que realiza um mapeamento entre valores de chaves e entradas na tabela.

$h(\text{chave}) \rightarrow i: \text{min} .. \text{max}$



Tabelas de hash

É interessante ressaltar que uma tabela hash possui limitações em relação às árvores, como por exemplo:

- Não permite recuperar/imprimir todos os elementos em ordem de chave, nem tão pouco, outras operações que exijam sequência dos dados.
- Não permite operações do tipo recuperar o elemento com a maior ou a menor chave.

Tabelas de hash

Ideia geral: Se eu possuo um universo de dados classificáveis por chave, posso:

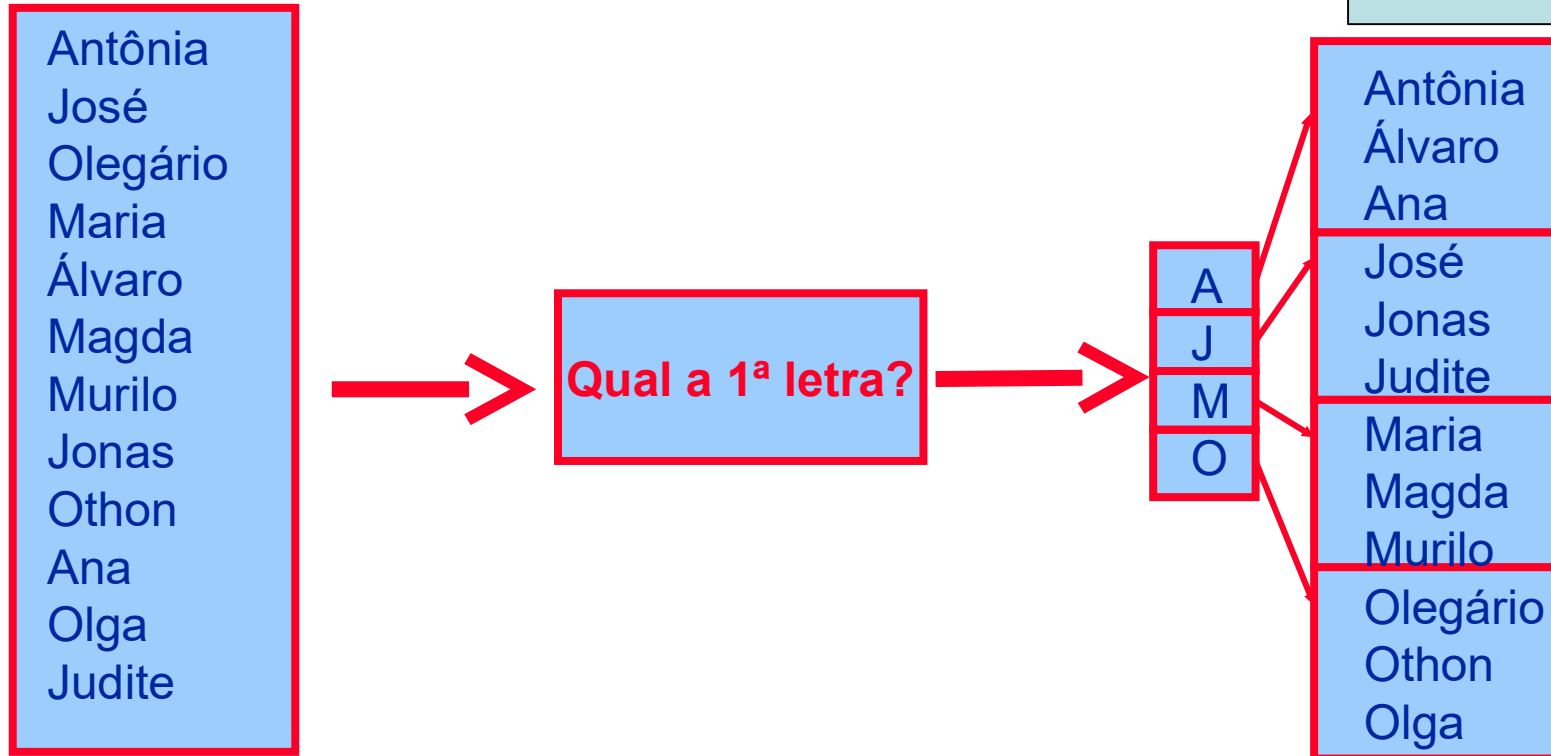
- Criar um critério simples para dividir este universo em subconjuntos com base em alguma qualidade do domínio das chaves;
- Saber em qual subconjunto procurar e colocar uma chave;
- Gerenciar estes subconjuntos bem menores por algum método simples.

Tabelas de hash

Para isso é necessário:

- ▶ Saber quantos subconjuntos são desejados e criar uma regra de cálculo que permita, dada uma chave, determinar em qual subconjunto deve-se procurar pelos dados com esta chave ou colocar este dado, caso seja um novo elemento. (**função de hashing**).
- ▶ Possuir um índice que permita encontrar o início do subconjunto certo, depois de calcular o hashing. (**tabela de hashing**).
- ▶ Possuir uma ou um conjunto de estruturas de dados para os subconjuntos. **hashing fechado** (**endereçamento aberto**) ou o **hashing aberto** (**encadeado**).

Tabelas de hash



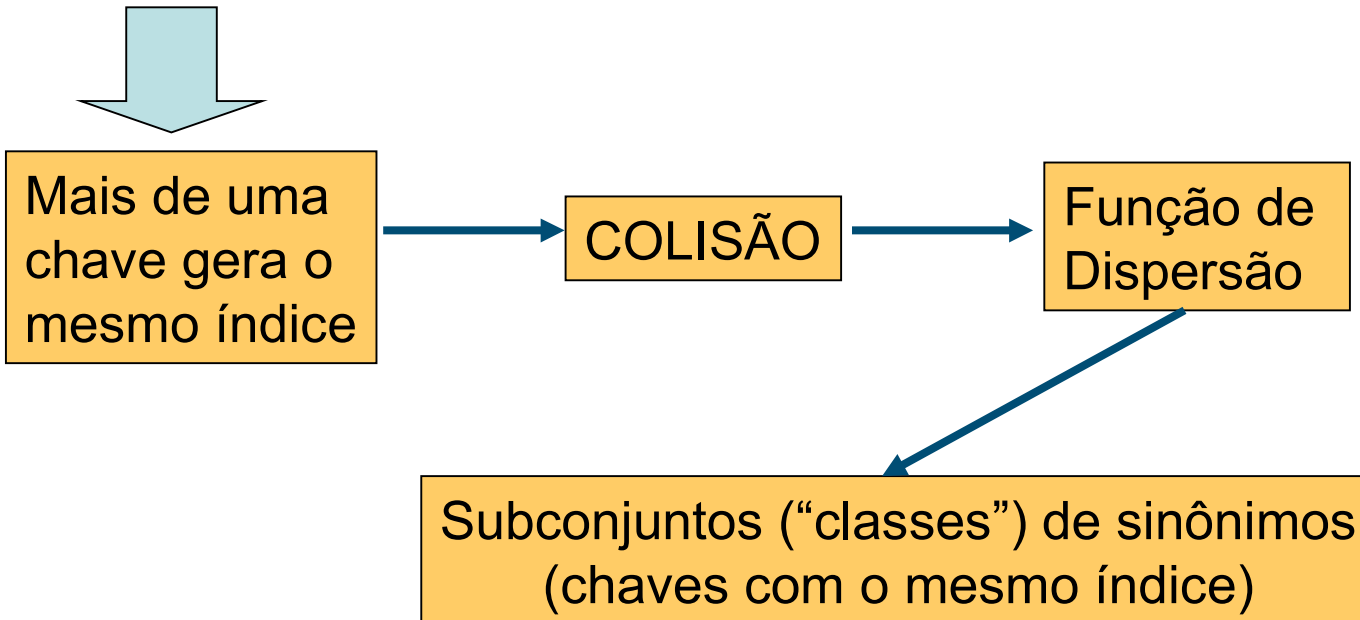
Tabelas de hash

Devemos garantir um tratamento coerente das operações de inserção e pesquisa na tabela

- **Inserir:** calcula-se endereço da nova entrada usando a função h
- **Pesquisa:** mesma função h deve informar o mesmo índice para a mesma entrada

Tabelas de hash

chaves -> índices



Tabelas de hash

Implementação de tabelas por cálculo de endereço envolve dois problemas

- Escolha da **função de dispersão** adequada para o tipo de chave usada
 - gerar endereços em todo o intervalo [min..max]
 - estabelecer distribuição uniforme na tabela
- Adoção de um processo de solução das **colisões**

Tabelas de hash: Nomenclatura

n: Tamanho do universo de dados.

b: Número de subconjuntos em que dividimos os dados: **depósitos**.

s: **Capacidade de cada depósito** (quando for limitada. Aplica-se somente a hashing fechado ou endereçamento aberto).

T: Cardinalidade do domínio das chaves. Quantas chaves podem existir?

n/T: **Densidade identificadora**.

$\alpha = n/(b \cdot s)$: **Densidade de carga**. **$b \cdot s$** fornece a capacidade máxima (quando existir explicitamente). **$n/(b \cdot s)$** indica o fator de preenchimento. Aplica-se somente a hashing fechado (endereçamento aberto).

Hashing Aberto ou Encadeado

Forma mais intuitiva de se implementar o conceito de hashing aberto.

Utiliza a ideia de termos uma tabela com b entradas, cada uma como cabeça de lista para uma lista representando o conjunto b_i .

- Calculamos a partir da chave qual entrada da tabela é a cabeça da lista que queremos.
- Utilizamos uma técnica qualquer para pesquisa dentro de b_i . Tipicamente será a técnica de pesquisa sequencial em lista encadeada.
- **Podemos utilizar qualquer outra estrutura para representar os b_i . Uma árvore, por exemplo, poderia ser uma opção.**

Propostas de Função de Dispersão

Um dos métodos mais simples para criar funções hashing é o método da divisão.

No qual uma chave **C** é mapeada para um dos **b** endereços da tabela hashing.

Resto da Divisão

$$h(C) = C \bmod b$$

$[0, b-1]$

nº máximo de
entradas da tabela

Hashing Aberto ou Encadeado: Exemplo

Para uma melhor compreensão analisaremos um exemplo no qual uma tabela com 8 entradas é utilizada para acomodar registros cujas chaves são valores pertencentes ao conjunto dos números naturais.

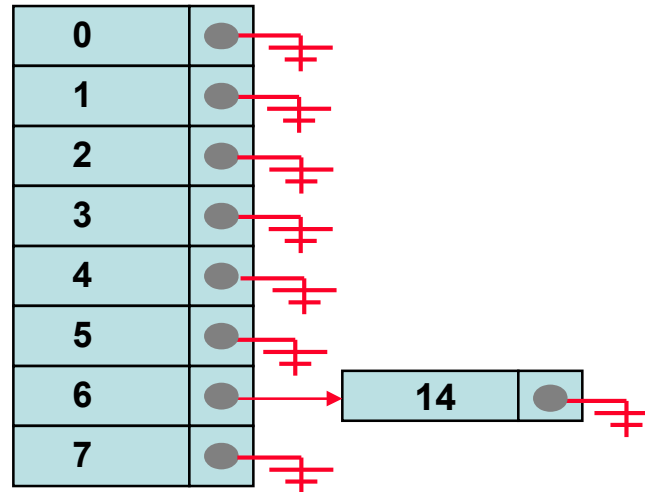
Inicialmente a tabela está vazia.

0	●	≠
1	●	≠
2	●	≠
3	●	≠
4	●	≠
5	●	≠
6	●	≠
7	●	≠

Hashing Aberto ou Encadeado: Exemplo

Inserir chave 14.

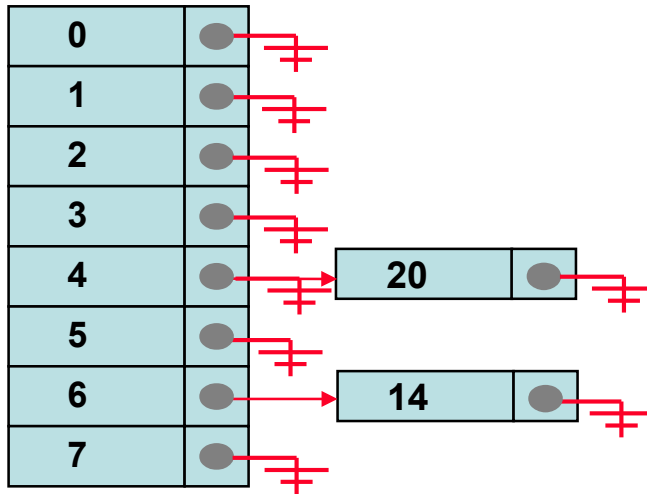
$$14 \% 8 = 6$$



Hashing Aberto ou Encadeado: Exemplo

Inserir chave 20.

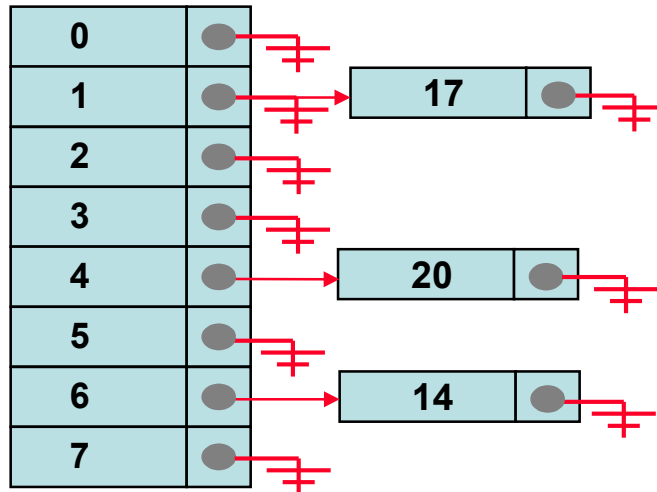
$$20 \% 8 = 4$$



Hashing Aberto ou Encadeado: Exemplo

Inserir chave 17.

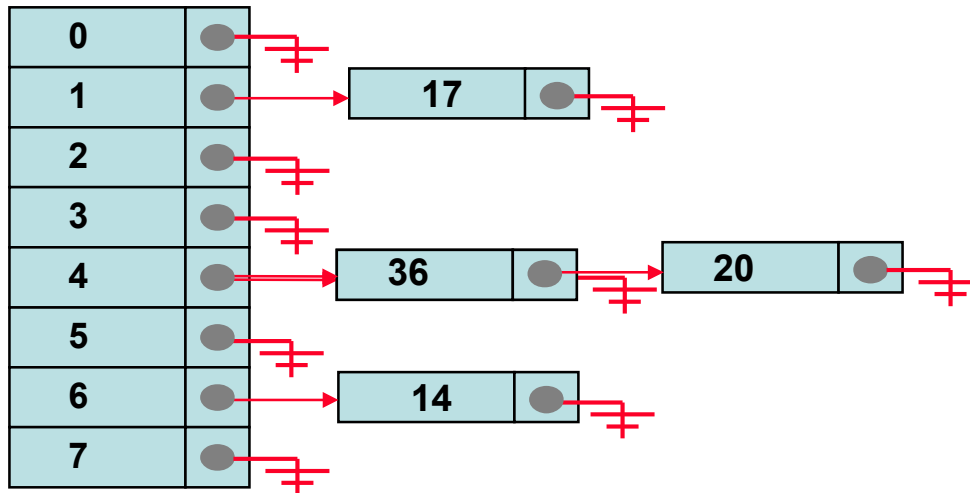
$$17\%8=1$$



Hashing Aberto ou Encadeado: Exemplo

Inserir chave 36.

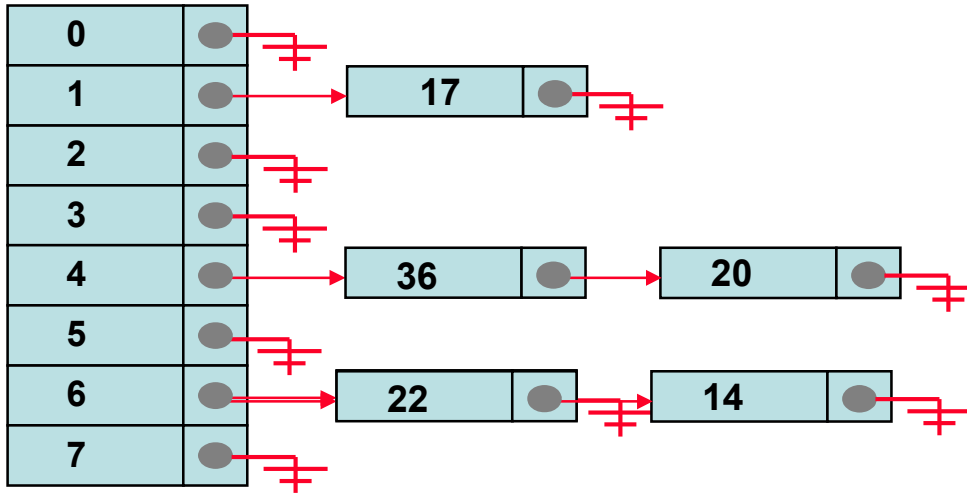
$$36 \% 8 = 4$$



Hashing Aberto ou Encadeado: Exemplo

Inserir chave 22.

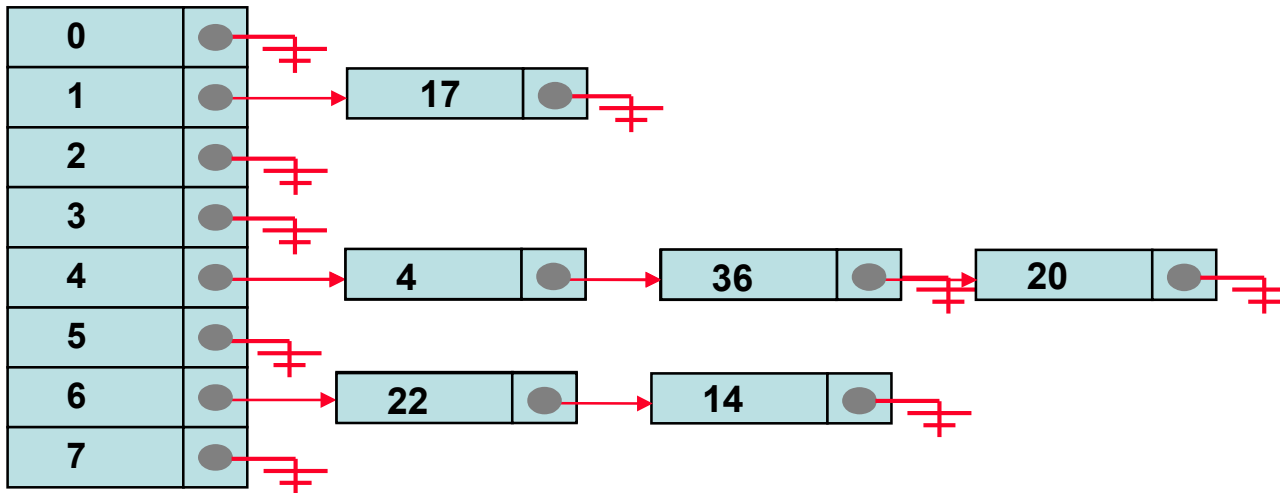
$$22 \% 8 = 6$$



Hashing Aberto ou Encadeado: Exemplo

Inserir chave 4.

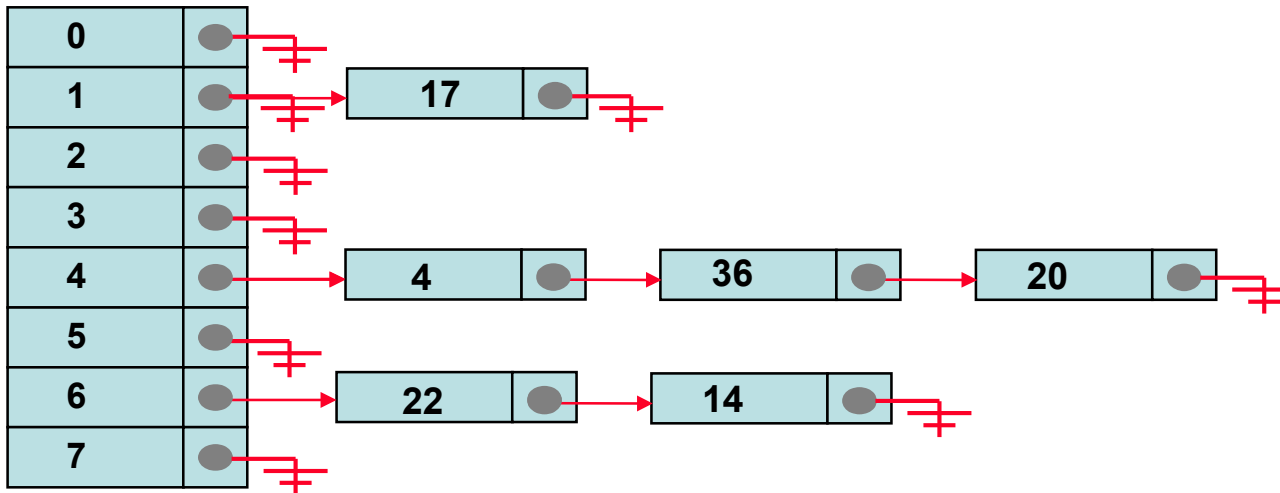
$$4 \% 8 = 4$$



Hashing Aberto ou Encadeado: Exemplo

Remover chave 17.

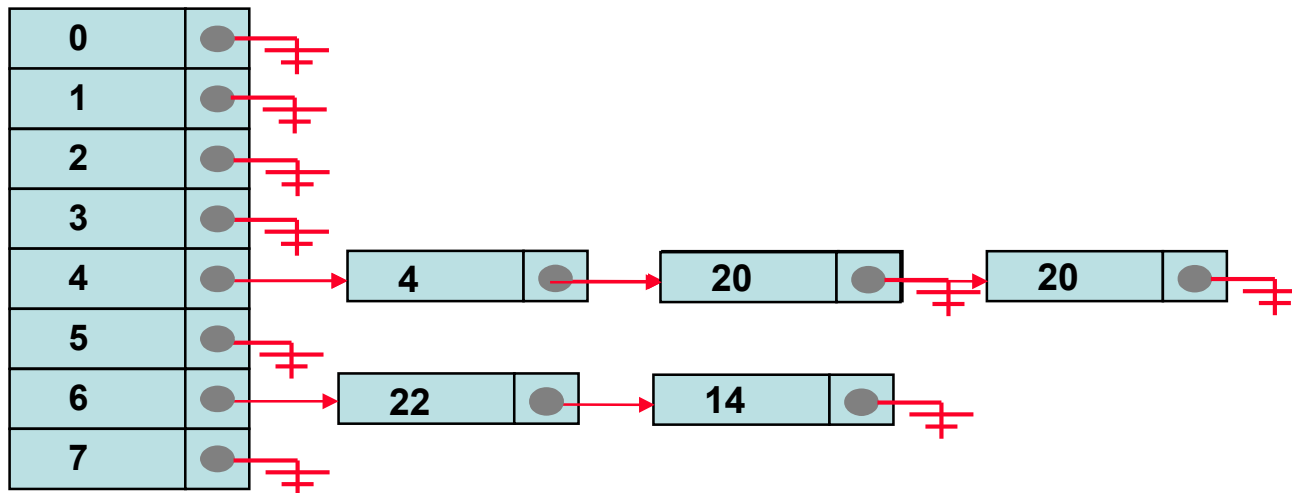
$$17\%8=1$$



Hashing Aberto ou Encadeado: Exemplo

Remover chave 36.

$$36 \% 8 = 4$$



Hashing Aberto ou Encadeado: Exercício

Com base no que foi apresentado defina a(s) estrutura(s) de dados necessária(s) para a implementação de uma tabela hashing aberta.

```
#define numEntradas 8
typedef struct _Hash
{
    int chave;
    struct _Hash *prox;
} Hash;
typedef Hash* Tabela[numEntradas];
```

Hashing Aberto ou Encadeado: Exercício

Agora, implemente a função de inserção de uma chave na tabela hashing aberta em questão.

Hashing Aberto ou Encadeado: Exercício

Implemente uma função que especifique se uma determinada chave está contida na tabela hashing aberta em questão.