

Universidade Federal do Vale do São Francisco
PROFMAT
Fundamentos de Cálculo

Profº. Edson

1ª Prova

1º Semestre

2025

Data: 30 de Maio

Duração: 09:00 - 12:00



Problema 1 *Seja $f : [0, 1] \rightarrow [0, 5]$ uma função contínua. Prove que existe $\alpha \in [0, 1]$ tal que*

$$f(\alpha) = 5\alpha$$

Problema 2 *Calcule*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\sin \left(x^2 + \frac{1}{x} \right) - \sin \left(\frac{1}{x} \right) \right]$$

Problema 3 *Calcule*

a). $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{10 + x\sqrt{x}}$

b). $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 1}}{x + 1}$

c). $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}$

Problema 4 *Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que*

$$f(x + y) = f(x) + f(y), \forall x, y \in \mathbb{R}$$

Suponha que

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = L$$

a). *Mostre que $L = 0$*

b). *Mostre $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ existe, para todo $x_0 \in \mathbb{R}$*

Problema 5 *Considere $f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}$. Mostre que*

$$f(1) + \frac{f'(1)}{1!} + \frac{f''(1)}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(1)}{n!} = 2^n$$

Boa Sorte!