

Universidade Federal do Vale do São Francisco  
Coelgiado de Engenharia Civil  
Cálculo Diferencial e Integral III

Prof<sup>o</sup>. Edson

Prova Final

1<sup>o</sup> Semestre

2007

Data: Segunda-feira, 02 de Julho de 2007

Duração: 13:00 - 15:00

---

**Problema 1** Calcule as integrais:

a).  $\iint_B \frac{e^{y-x^2}}{y-x^2} dx dy$  onde  $B$  é o conjunto de todos os  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  tais que  $1+x^2 \leq y \leq 2+x^2$ ,  
 $y \geq x+x^2$  e  $x \geq 0$ .

b).  $\iint_B x^2 dx dy$  onde  $B$  é o conjunto de todos os  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  tais que  $4x^2 + y^2 \leq 1$  e  $y \geq 0$ .

**Problema 2** Determine o volume do tetraedro limitado pelos planos  $x+2y+z=2$ ,  $x=2y$ ,  $x=0$ , e  $z=0$ .

**Problema 3** Calcule a massa do cone  $\sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq 1$  sendo a densidade no ponto  $(x, y, z)$  proporcional ao quadrado da distância do ponto ao eixo  $z$ .

**Problema 4** Calcule

$$\int_{\gamma} \frac{-y}{4x^2+y^2} dx + \frac{x}{4x^2+y^2} dy$$

onde  $\gamma$  tem por imagem a elipse  $4x^2 + y^2 = 9$  e o sentido de percurso é o anti-horário.

**Problema 5** Sejam  $f$  e  $g$  campos escalares de classe  $C^2$  sobre um conjunto aberto  $S$  do plano. Seja  $R$  uma região contida em  $S$ , cuja fronteira é uma curva  $\gamma$  contínua por partes. Prove as seguintes identidades

a).  $\oint_{\gamma} \frac{\partial g}{\partial n} d\gamma = \iint_R \nabla^2 g dx dy$ ; onde  $\nabla^2 g = \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}$ .

b).  $\oint_{\gamma} f \frac{\partial g}{\partial n} d\gamma = \iint_R (f \nabla^2 g + \nabla f \cdot \nabla g) dx dy$ .

Boa sorte!