**Universidade Federal do Vale do São Francisco**
**Engenharia Civil**
**Cálculo Diferencial e Integral I**

**Prof$^{\text{o}}$. Edson**

**1º Semestre**

**Gabarito 1ª Prova** **2024**
**Data: Quinta-feira, 12 de Setembro de 2024** **Turma X1**

---

**Exercício 1**

**a).** *Observe que*

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 4}\left(\frac{1}{\sqrt{x}-2}-\frac{4}{x-4}\right) &= \lim_{x\to 4}\frac{x-4-4\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)(x-4)}\\ &= \lim_{x\to 4}\frac{x-4\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}-2\right)(x-4)}\\ &= \lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\left(\sqrt{x}-2\right)(x-4)}\\ &= \lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2}\\ &= \lim_{x\to 4}\frac{x-4}{(x-4)\left(\sqrt{x}+2\right)}\\ &= \lim_{x\to 4}\frac{1}{\sqrt{x}+2}\\ &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

□

**b).** *Perceba também, que*

$$x^3-1=(x-1)\left(x+x^2+1\right)$$

*Logo*

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{(x-1)^3} &= \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x+x^2+1\right)}{(x-1)^3}\\ &= \lim_{x\to 1}\frac{x+x^2+1}{(x-1)^2}\\ &= +\infty\end{aligned}$$

*uma vez que*

$$x+x^2+1\to 3$$

$$(x-1)^2\to 0^+$$

*quando* $x\to 1$. ■

**Exercício 2** *Inicialmente obeserve que*

$$\begin{aligned}\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\operatorname{sen}x-\cos x}{\operatorname{tg}x-1} &= \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\operatorname{sen}x-\cos x}{\frac{\operatorname{sen}x}{\cos x}-1}\\ &= \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\operatorname{sen}x-\cos x}{\left(\frac{\operatorname{sen}x-\cos x}{\cos x}\right)}\\ &= \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}(\operatorname{sen}x-\cos x)\frac{\cos x}{\operatorname{sen}x-\cos x}\\ &= \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\cos x\\ &= \cos\frac{\pi}{4}\\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

■

**Exercício 3** *Inicialmente perceba que*

$$x-1\to 0$$

*e*

$$-1\leq \operatorname{sen}\frac{\pi}{x-1}\leq 1$$

*Logo,*

$$\lim_{x\to 1}(x-1)\operatorname{sen}\frac{\pi}{x-1}=0$$

■

**Exercício 4** *Resolvendo o limite, tem-se que*

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty}\frac{8x^2+7\sqrt[3]{x}}{\sqrt{16x^4+6}} &= \lim_{x\to-\infty}\frac{8x^2+7x^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{16x^4+6}}\\ &= \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2\left(8+7\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^2}\right)}{\sqrt{x^4\left(16+\frac{6}{x^4}\right)}}\\ &= \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2\left(8+7\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^2}\right)}{x^2\sqrt{16+\frac{6}{x^4}}}\end{aligned}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{8 + \frac{7}{x^{\frac{5}{3}}}}{\sqrt{16 + \frac{6}{x^4}}}$$

$$= \frac{8}{\sqrt{16}}$$

$$= 2$$

■

**Exercício 5** *De acordo com o enunciado,*

$$H(x) = \begin{cases} 0, \text{ se } x < 0 \\ 1, \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$$

*Assim,*

$$H(x-2) = \begin{cases} 0, \text{ se } x - 2 < 0 \\ 1, \text{ se } x - 2 \geq 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0, \text{ se } x < 2 \\ 1, \text{ se } x \geq 2 \end{cases}$$

*Portanto*

$$f(x) = H(x)\sqrt{x}$$

$$= \begin{cases} 0, \text{ se } x < 2 \\ \sqrt{x}, \text{ se } x \geq 2 \end{cases}$$

*Analisando a continuidade da função, tem-se que*

- *Quando* $x < 2$, $f(x) = 0$. *Portanto* $f$ *é contínua nesse intervalo.*
- *Quando* $x > 2$, $f(x) = \sqrt{x}$ *que é uma função contínua nesse intervalo.*
- *Quando* $x = 2$, *tem-se*
  - $f(2) = \sqrt{2}$, *ou seja* $f(2)$ *existe*
  - *Calculando os limites laterais*

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} 0$$
$$= 0$$
$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^-} \sqrt{x}$$
$$= \sqrt{2}$$

*Como tais limites são diferentes, segue-se que*

$$\lim_{x \to 2} f(x) = \nexists$$

*Ou seja,* $f$ *não é contínua em* $x = 2$ *que é seu único ponto de descontinuidade.*

■