Universidade Federal do Vale do São Francisco
Engenharia Civil
Cálculo Diferencial e Integral I

Prof^o. Edson

2^o Semestre

Gabarito 2^a Prova **2007**

Data: Terça-feira, 23 de Outubro **Turma A1**

Exercício 1 *Como* $f(3) = -1$ *e* $f'(3) = 5$ *segue-se que a reta procurada passa pelo ponto* $(3, -1)$ *e tem coeficiente angular* $m = 5$*. Portanto a equação desta reta é dada por*

$$y + 1 = 5(x - 3) \Leftrightarrow y = 5x - 16$$

■

Exercício 2 *Observe que*

i. $f(2) = 0$*, portanto* $f(2)$ *existe;*

ii. $\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} \sqrt[3]{(x-2)^2} = 0$*;*

iii. $\lim_{x\to 2} f(x) = f(2)$*.*

Assim, segue-se de (i),(ii), (iii) e da definição de continuidade de uma função num ponto, que f *é contínua em* $x = 2$*.*
Por outro lado, observe que

$$f'(x) = \frac{2}{3}(x-2)^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3}(x-2)^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x-2}}$$

donde, podemos-se ver que f' *existe para qualquer* $x \neq 2$*, ou seja* f *não é diferenciável em* $x = 2$*.* ■

Exercício 3

a). *Dado que* $g(x) = 3x^2 - 5f(x)$*, segue-se que*

$$g'(x) = 6x - 5f'(x)$$

Logo

$$g'(3) = 18 - 20 = -2$$

□

b). *Dado que* $g(x) = \dfrac{2x+1}{f(x)}$*, segue-se que*

$$g'(x) = \frac{2f(x) - (2x+1)f'(x)}{[f(x)]^2}$$

Logo

$$g'(3) = \frac{2\times(-2) - 7\times 4}{4} = -8$$

■

Exercício 4 *Pelo que é dado no problema, se chamarmos de* x *a distância da base da escada à parede e de* y *a altura do topo da escada em relação ao chão, usando o teorema de Pitágoras, teremos que*

$$x^2 + y^2 = (1,3)^2 \qquad (1)$$

e quando $y = 0,5$ *teremos* $x = 1,2$*. Derivando implicitamente a equação (1) com relação a* t *teremos*

$$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0$$

Logo

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{y}{x}\frac{dy}{dt} = -\frac{0,5}{1,2}\times(-0,2) = \frac{5}{10}\frac{10}{12}\frac{2}{10} = \frac{1}{12} m/s$$

■

Exercício 5 *Dado que*

$$x + y + xy = 3$$

Derivando implicitamente com relação a x *teremos*

$$1 + y' + y + xy' = 0 \Leftrightarrow y' = \frac{-1-y}{1+x}$$

E, no ponto $(1, 1)$ *teremos portanto*

$$y' = -\frac{2}{2} = -1$$

E a equação que passa pelo ponto $(1, 1)$ *com coeficiente angular* -1 *é dada por*

$$y - 1 = -(x - 1) \Leftrightarrow y = -x + 2$$

■